Vol. 14 No. 1
Jan., 2017
天 文 研 究 与 技 术
ASTRONOMICAL RESEARCH AND TECHNOLOGY
第 14 卷 第 1 期
2017 年 1 月

CN 53-1189/**P** **ISSN** 1672-7673

基于双平晶互检法的平面绝对检验仿真*

刘 强[1,2,3]，徐 晨[1,2]，李新南[1,2]

（1. 中国科学院国家天文台南京天文光学技术研究所，江苏 南京 210042；
2. 中国科学院天文光学技术重点实验室，江苏 南京 210042；3. 中国科学院大学，北京 100049）

摘要：大口径平面光学元件的使用越来越广泛，但它的检测精度受大口径干涉仪参考面的面形误差限制。为了解决此问题，采用双平晶互检法标定干涉仪参考面的绝对面形误差，从而可以消除检测时干涉仪参考面的面形误差的影响。双平晶互检法的优点在于只需要两块平晶，并且测量过程中，不需要反复更换干涉仪的参考面，更适合大口径光学平面的绝对检测。对双平晶互检法检测光学平面的数理模型进行仿真，验证该方法的正确性，并对实验过程中的误差进行仿真分析。研究解决了目前干涉检测精度受限于参考平晶精度的瓶颈问题，同时为未来超大口径(口径大于 1 m)平面干涉仪参考平晶误差标定问题提供技术支撑。

关键词：光学检测；绝对检验；双平晶互检；数理仿真

中图分类号：TH744.3 **文献标识码**：A **文章编号**：1672-7673(2017)01-0078-09

无论是美国国家点火装置(National Ignition Facility，NIF)，我国的激光惯性约束核聚变(Inertial Confinement Fusion，ICF)，还是大天区面积多目标光纤光谱天文望远镜(Large Sky Area Multi-Object Fiber Spectroscopy Telescope，LAMOST)，也叫郭守敬望远镜都大量使用大口径平面元件。郭守敬望远镜的施密特反射镜由 24 块对角线 1.1 m 的六角形反射镜拼接而成，国家点火装置高功率激光系统则计划使用 500 余件大口径平面元件。总之，大口径平面光学元件作为天文、航空航天、激光核聚变等大型光学系统的核心元件，得到了越来越广泛的应用。这些大口径平面元件的面形质量与它们所参与的光学系统的成像质量直接相关，因此，如何高精度检测大口径平面面形是目前大口径平面元件使用的一个瓶颈[1]。

测量精度决定了加工精度。光干涉测试技术是公认的检验光学元件最精密的方法之一，它是以波长为计量单位的高精度测量方法。而干涉仪则是利用干涉技术进行测量的仪器，随之发展的移相干涉技术大大提高了干涉仪在光学测量上的应用[2]。然而，在平面的高精度检测中，Fizaeu 干涉仪测量的光学平面的面形是测试面和参考面共同相对于理想平面的偏差。传统的方法使用更高精度的平面作为干涉仪的参考面。所以，对于平面的高精度测量受限于干涉仪参考面的面形精度，则需要研究新方法检测干涉仪参考面的绝对面形，从检测平面面形的结果中消除参考面的面形误差，才能实现平面光学元件的高精度测量。

1 绝对检验简介

国内外对于平面元件的绝对检验有很多经典的方法，但对于大口径平面元件检测也各有弊端。

文[2]提出的液面法，精度高，但是易受振动、温度等外界干扰；文[3]提出的三面互检法，只能检测沿直径方向直线上的轮廓；文[4]提出的利用泽尼克(Zernike)多项式拟合方法，大口径平面在大多

* 基金项目：国家自然科学基金（11273041）资助.
收稿日期：2016-04-19；修订日期：2016-05-12
作者简介：刘 强，男，硕士. 研究方向：光学设计，光学检测. Email：qliu@niaot.ac.cn
通讯作者：李新南，男，研究员. 研究方向：大口径天文光学非球面应用. Email：xnli@niaot.ac.cn

情况下，只存在较低频误差，合适用一组多项式拟合，但需要旋转和多次更换干涉仪标准平晶，易引入误差，对于大口径平面检测风险大；文[5]的奇偶函数法和文[6]的旋转剪切法，都是在传统双面互检法的基础上提出的，但都需要反复旋转和更换平晶，检测风险大，不利于大口径平面元件的测量。

本文采用双平晶互检法检测干涉仪参考面的绝对面形，对比于上述大口径平面的标定方法，双平晶互检法不需要反复更换干涉仪参考面，降低了风险，节约了测试时间，可操作性强。本文旨在利用 MATLAB 对双平面互检法进行数理上的验证，并进行误差分析，用于标定大口径干涉参考平晶提供理论支持。

2　双平晶互检法原理

文[7]介绍了双平晶互检法的原理，平晶 I 放置于平面干涉仪标准参考平晶的位置，平晶 Ⅱ 放置于待测面的位置。4 次测量步骤如图 1。

(1)平晶 I 的后表面 A 与平晶 Ⅱ 的前表面 B 干涉；

(2)平面 A 与平晶 Ⅱ 的后表面 C 干涉；

(3)将平晶 Ⅱ 沿 x 轴翻转 180°后，平面 A 与平面 C 干涉；

(4)将平晶 Ⅱ 再绕 z 轴逆时针旋转 ϕ 角，平面 A 与平面 C 干涉。

$M_1(x, y)$、$M_2(x, y)$、$M_3(x, y)$、$M_4(x, y)$为干涉仪 4 次测得的波面信息，根据任何一个二维函数都可以分解成旋转不变量、旋转因变量和泽尼克多项式形式上的旋转不变性，并消除了调整误差，即可得到平面 A 的绝对面形。

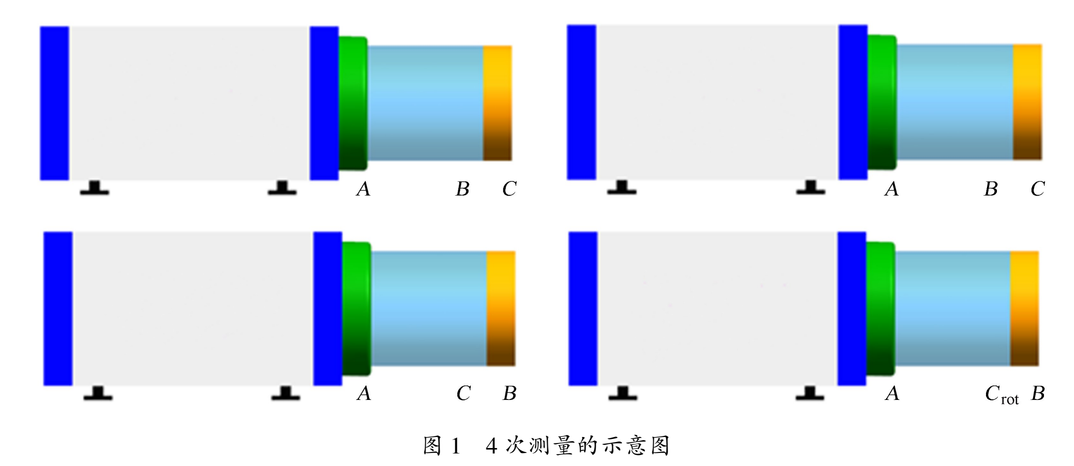


图 1　4 次测量的示意图

Fig. 1　Schematics of these four measurements

3　双平晶互检法测量的仿真

本文不仅从数据(即均方根(Root Mean Square，RMS)值和峰谷值)上给出了泽尼克多项式项数和可能存在的误差对结果的影响，而且用面形相减和图形更直观地反应误差导致的面形变化，对于实际设计加工更具有指导作用。

首先，对双平晶互检法的实验过程、原理进行模拟仿真，分析模拟的结果，并对双平晶互检法原理中泽尼克拟合采用的多项式项数进行仿真分析；其次，对双平晶互检法实验过程中可能存在的对准误差进行仿真分析，主要包括旋转对准误差和平移对准误差。

3.1　双平晶互检法

3.1.1　双平晶互检法的原理仿真

在双平晶互检法的 4 次测量中，已知条件是 4 次干涉仪得到的测量结果 M_1、M_2、M_3、M_4，所求解的是 A、B、C 3 面的面形误差。本文仿真的主要思路为：利用给出的 A、B、C 3 面的面形矩阵，

求得 4 次测量的干涉结果 M_1、M_2、M_3、M_4；然后根据双平晶互检法的原理，利用 M_1、M_2、M_3、M_4 计算 A、B、C 3 面的面形；最后将得到的面形和给出的面形进行比较分析。本文利用这样的闭环分析思路，借助 MATLAB 强大的数据分析能力，可以有效地验证双平晶互检法。

仿真按照以上思路进行，主要分为以下几步：

(1)随机给出 A、B、C 3 面的面形矩阵，其面形误差控制在干涉仪能检测范围内，图 2 中数据是利用 ESDI 公司的非索干涉仪在一次平面检测中得到的平面面形数据，分别求出 4 次干涉结果 M_1、M_2、M_3、M_4。

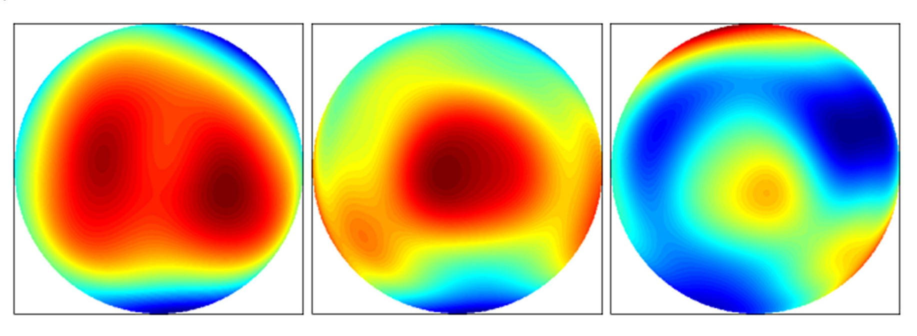


图 2 给出的 A、B、C 3 面的面形图像

Fig. 2 Surface images of three given faces: face A, B and C

4 次测量方程中，涉及到了 C 面的翻转和旋转问题。对比到矩阵上，C 面的翻转就是对矩阵翻转和正负取反，C 面的旋转就是矩阵的旋转，本文这里旋转角度采用−54°[7]。图 3 为 C 面矩阵翻转和旋转对应的面形图像，测量方程中的折射率采用 $n=1.5$，并且假设非均匀性误差处于理想状态 $\delta(x, y)=0$。

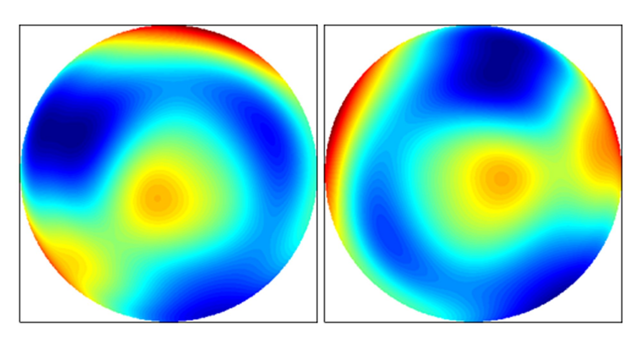


图 3 C 面的翻转和旋转的面形图像

Fig. 3 Surface images with face C turned and rotated

综上所述，4 次测量中各个参数 $A(-x, y)$、$B(x, y)$、$C(-x, y)$、$C(x, y)$、$C^{\phi}(x, y)$的矩阵数据都已经得到。所以，按照 4 次测量方程即可以求得 4 次干涉结果 M_1、M_2、M_3、M_4 的面形矩阵，图 4 为 4 次干涉的面形图像。

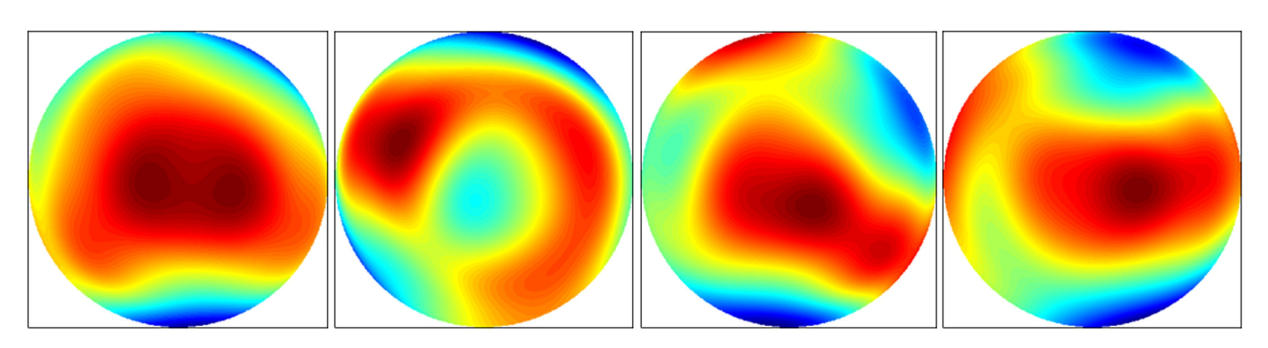


图 4 干涉结果 M_1、M_2、M_3、M_4 的面形图像

Fig. 4 Surface images of M_1, M_2, M_3 and M_4 with interference

(2)将上一步得到 M_1、M_2、M_3、M_4 干涉结果矩阵作为已知条件，利用双平晶互检法的算法原理，求出 *A*、*B*、*C* 3 面的面形误差矩阵。

根据双平晶互检法的原理可知，计算 *A*、*B*、*C* 3 面面形分为两步，分别计算 *A*、*B*、*C* 面形误差的旋转不变量和旋转因变量两部分。首先，将已知条件 M_1、M_2、M_3、M_4 分别利用最小二乘法进行泽尼克 36 项拟合，分别得到其泽尼克 36 项系数[8]。其次，泽尼克 36 项可分为旋转不变项和旋转因变项，泽尼克 36 项系数中第 1、4、9、16、25、36 项系数为旋转不变项，其余为旋转因变项[9]。最后，分别利用泽尼克 36 项中旋转不变项和旋转因变项进行计算，得出 *A*、*B*、*C* 3 面的面形矩阵。

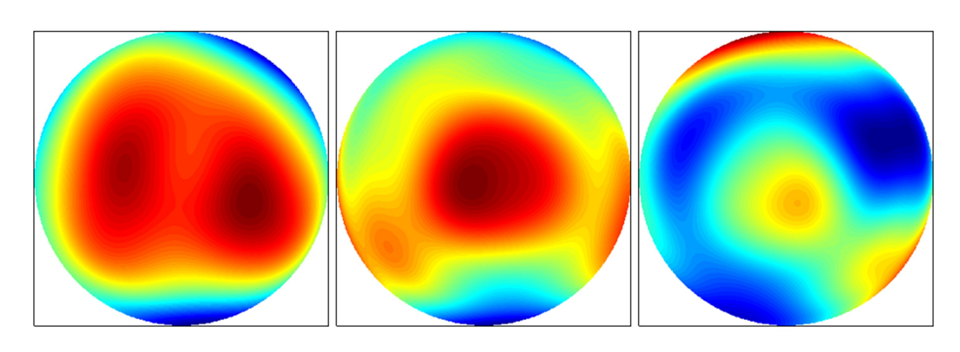


图 5　双平晶互检法计算得出 *A*、*B*、*C* 的面形图像

Fig. 5　Surface image of *A*, *B* and *C* computed by the Two Flats Test

3.1.2　双平晶互检法计算结果分析

首先，比较 *A*、*B*、*C* 原给出的面形和双平晶互检法计算拟合得出的面形。图 2 分别是原给出的 *A*、*B*、*C* 3 个面形，而图 5 则是按照三面互检原理计算得到的面形，可以看出 3 个面的高低分布趋势一样。将拟合的 *A*、*B*、*C* 面形矩阵与原给出的面形矩阵相减，如图 6，可以直观看出拟合的精度。由两面形相减所得到的矩阵图像可以看出，颜色变化不明显，即两面形矩阵每个位置对应的高低模拟得非常吻合。

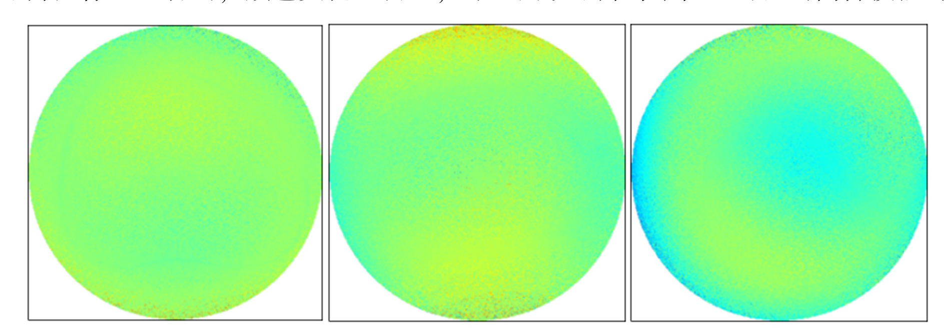


图 6　双平晶互检法计算得出 *A*、*B*、*C* 的面形图像与原面形相减图像

Fig. 6　Images after subtracting surface images computed by the Two Flats Test from those original surface

另外，通过分别计算两面相减得到的矩阵元素的均方根值定量给出双平晶互检法的拟合程度如表 1。

表 1　*A*、*B*、*C* 3 面相减面形矩阵的均方根值(RMS)

Table 1　Root Mean Square Value (RMS) of the surface matrix with surface *A*, *B*, *C* subtracted

	A 面	*B* 面	*C* 面
均方根值(RMS)	2.0418e-34	4.6895e-34	1.0995e-33

表中的 3 个值均是在不考虑其他测量误差的情况下理论模拟值，其值均极小，对于工程应用完全可以忽略不计。由表 1 中数据可以得出这种拟合误差的大小在 10^{-33} 量级，这是由于在双平晶互检法中，*C* 面的旋转在计算中引入了三角函数，软件的默认计算精度是 32 位，即一个三角函数的值是用了一个 32 位小数代替导致的误差，此误差并非原理带来的误差，也就验证了双平晶互检法的正确性。

其次，分析计算过程中泽尼克多项式的项数对结果的影响。仿真过程中采用目前大多数干涉仪使用的泽尼克多项式的前 36 项进行拟合分析。对应于接收器上采样点的数目，泽尼克多项式项数的选取有一个最优的范围。仿真过程中面形矩阵的大小为 1 024 × 1 024，当泽尼克拟合项数过少，使得不能充分利用采样点数，丢失了高频信息；当泽尼克拟合项数过多，使得运算周期变长，而拟合效果很难再得到提升。

分别利用泽尼克第 1 项到第 36 项进行双平晶互检法的仿真，通过拟合面形相对于原面形的均方根值和拟合面形的峰谷值来分析泽尼克多项式项数的影响，如图 7、图 8。图 7 中，星点表示不同泽尼克多项式项数拟合得到的面形与原面形之间的均方根值，曲线表示对这些点值进行拟合。从中可以得出当采用的泽尼克多项式项数大于 15 时，拟合的 *A*、*B*、*C* 3 面形相对于原面形的均方根值变化均趋于稳定，稳定于 0 附近；图 8 中，星点表示不同泽尼克多项式项数拟合得到面形的峰谷值，曲线表示对这些点值进行拟合。从中可以得出，曲线从第 35、36 项开始趋于稳定。综合均方根值和峰谷值的考虑，在实验仿真中采用泽尼克前 36 项。

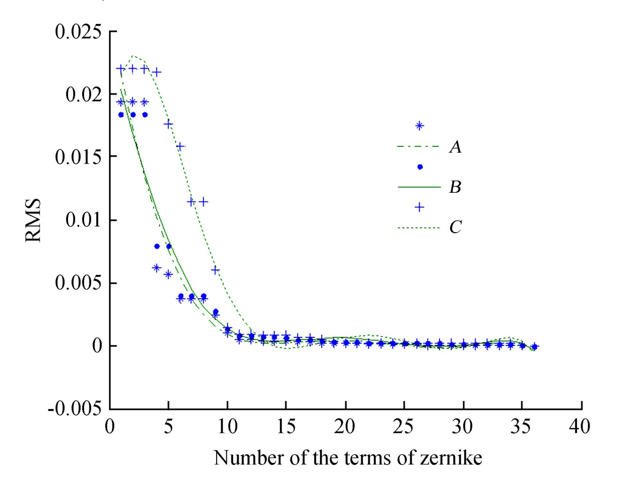


图 7 均方根值随泽尼克多项式项数的变化

Fig. 7 RMS variations as a function of the number of Zernike terms

图 8 PV20 值随泽尼克多项式项数的变化

Fig. 8 PV20 variations as a function of the number of Zernike terms

表 2 给出了分别利用泽尼克前 6、12、18、24、30、34、36 项拟合，计算得到的各个面对应的均方根值和峰谷值。从表中数据和图 7、图 8 可以看出，随着泽尼克多项式项数的增加，均方根值呈减小的趋势，即拟合程度在提高；随着泽尼克多项式项数的增加，峰谷值呈增大的趋势，即拟合的面形中更好地体现了高频信息。

表 2 不同泽尼克多项式项数模拟的面形相对原面形的均方根值(λ)和峰谷值(λ)

Table 2 *RMS* (λ) and *PV* (λ) of surface *A*, *B*, *C* to the original surfaces simulated by different polynomial items of Zernike

	6 items		12 items		18 items		24 items	
	RMS	*PV*	*RMS*	*PV*	*RMS*	*PV*	*RMS*	*PV*
A	0. 003 7	0. 518 7	0. 479 9	0. 671 8	0. 188 1	0. 676 9	0. 125 4	0. 705 6
B	0. 004 0	0. 506 2	0. 809 2	0. 623 3	0. 352 9	0. 750 8	0. 241 2	0. 760 8
C	0. 015 8	0. 376 7	0. 949 0	0. 912 7	0. 492 4	0. 809 9	0. 242 4	0. 792 7

	30 items		34 items		36 items	
	RMS	*PV*	*RMS*	*PV*	*RMS*	*PV*
A	0. 383 8	0. 712 5	0. 434 9	0. 687 5	0. 000 0	0. 686 2
B	0. 166 6	0. 767 9	0. 135 8	0. 778 2	0. 000 0	0. 755 1
C	0. 186 1	0. 819 1	0. 176 7	0. 807 1	0. 000 0	0. 792 6

3.2　误差仿真

为了让仿真更接近于实验过程，接下来模拟仿真实验过程中的主要误差来源。采取控制变量法，逐一分析各误差对实验结果的影响。双平晶互检法优点在于只对一个平晶进行翻转和旋转操作，相对于传统三面互检法更容易控制误差的引入。

本文 4 次测试装调中，理想状态是两个面完全对准。当然，实验过程中不可能达到这样的理想状态。在 4 次测试装调中，既要保证两个面在平移方向上对准，要保证每次测试中两个面关于中心旋转方向上对准。下文就这两种误差来源分别进行仿真分析[10]。

3.2.1　旋转对准误差分析

由双平晶互检原理和仿真过程可以知道，求解 A、B、C 3 面的面形矩阵过程中，先求出 C 面的面形，然后依据 C 面形，求出 A、B 面的面形。因此，计算的 C 面形中含有的误差直接传递给 A、B 面形，误差大小一致。因为这里忽略其余误差，只分析单个旋转角度引入的误差，所以只利用干涉仪参考平晶 I 面形分析误差。MATLAB 仿真过程采用的旋转角度是 $-54°$，这里分析角度误差在 $\pm2°$，采样点 40。图 9 显示 A 的理论面形和旋转角度偏差 $+2°$ 的面形，以及两个面的面形误差。

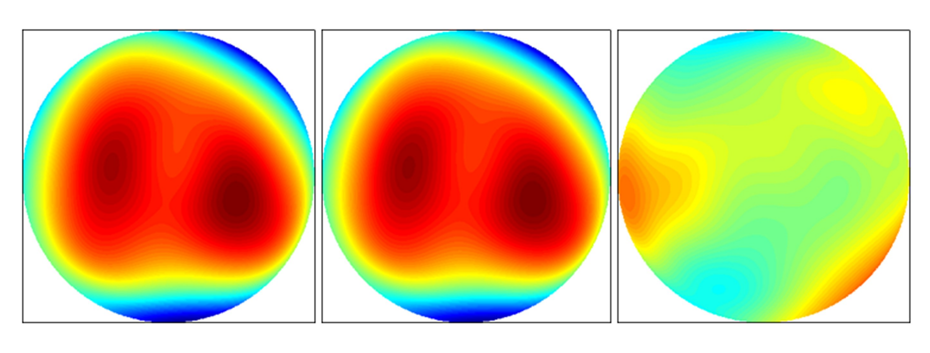


图 9　A 面形、含误差的 A 面形、两面形误差图

Fig. 9　Face A, face A with error and the error graph

图 10 和图 11 分别给出了旋转偏差角度为$-2°$、$-1.5°$、$-1°$、$-0.5°$、$0°$、$0.5°$、$1°$、$1.5°$、$2°$的面形与理论相差的均方根曲线和面形偏差图，从图中可以看出，首先，偏差角度的绝对值越大，引入的面形误差越大；其次，偏差角度的绝对值影响面形误差的大小，旋转方向(逆时针旋转用负号)决定面形误差相对于原面形的凹凸。例如，偏差角度为$-2°$和 $2°$的两个图形可以看出，偏差为$-2°$颜色深的区域正好对应偏差为 $2°$的浅色区域。

原 A 面形的均方根值是 $0.019\,3\ \lambda$，含有 $2°$旋转角度偏差的 A 面形的均方根值为 $0.019\,7\ \lambda$，二者均方根值相差在万分之一波长的量级。当然对于高精度的测量，仅仅看均方根值是不可信的，从图 11 可以看出，当旋转角度偏差的绝对值为 $0.5°$的范围内，面形偏差相当小，而此时的均方根值小于百万分之一波长。

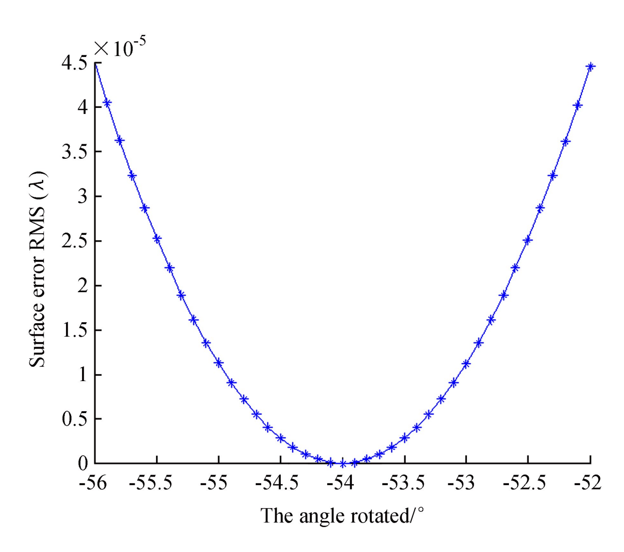


图 10　不同旋转角度误差对应的拟合的 A 面的均方根值

Fig. 10　RMS of face A after fitting with different rotation angle error

3.2.2　平移对准误差分析

本文所述的实验方案中，第 1 块平晶 I，即干涉仪的标准平晶，在 4 次测试中不动，仅对平晶 II 进行了移动，分析平移方向时，可以以标准平晶 I 为参考，设置平晶 II 的平移方向上的对准误差

值[10]。由于分析的平晶是旋转对称的，所以本文将对准误差设置在 y 方向，即竖直方向。当两个面在竖直方向偏差 y，则两个面平移对准误差值为 $2y$。平晶口径为 900 mm，分别分析当竖直方向偏差为 1 mm、2 mm、3 mm、4 mm、5 mm 时，即对准误差值为 2 mm、4 mm、6 mm、8 mm、10 mm 时，对面形拟合结果的影响。

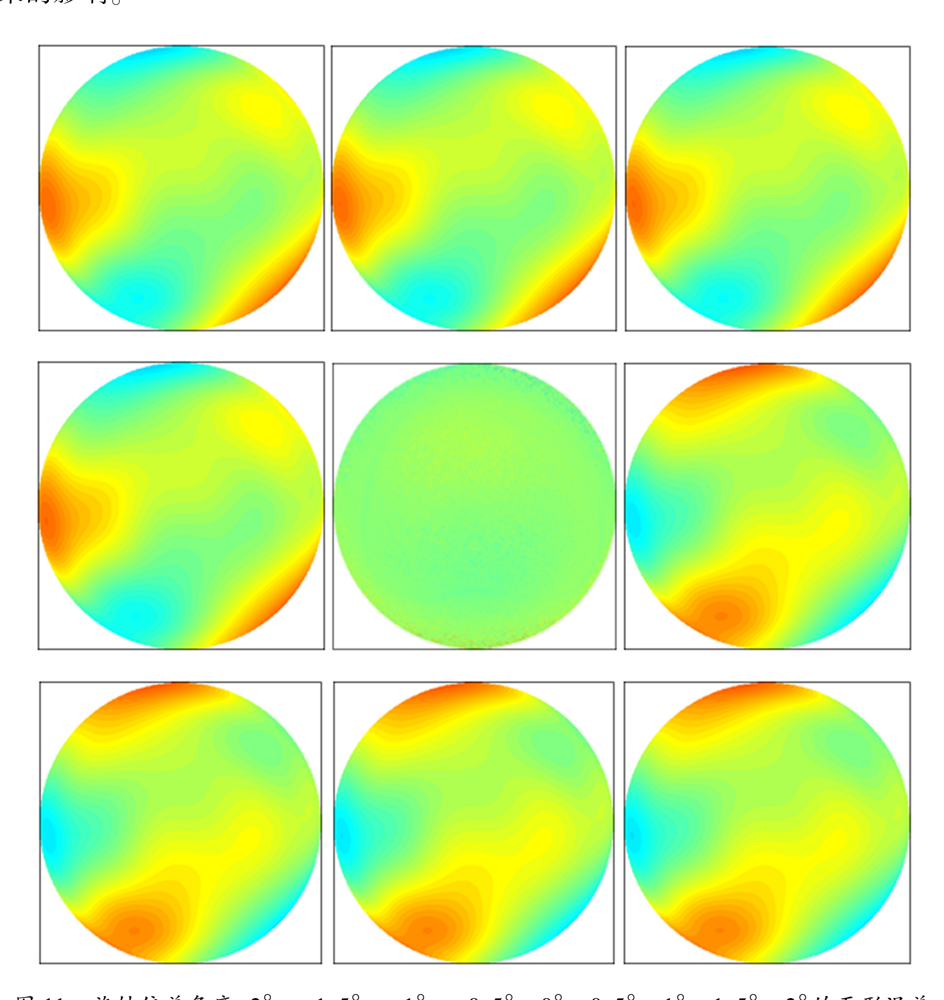


图 11 旋转偏差角度 −2°、−1.5°、−1°、−0.5°、0°、0.5°、1°、1.5°、2°的面形误差

Fig. 11 Surface error with rotation angle of deviation −2°、−1.5°、−1°、−0.5°、0°、0.5°、1°、1.5° and 2°

图 12 给出了平移对准误差值为 4 mm 时，A、B、C 面的面形和原面形对比，并相减得到面形误差图。从 3 个面的面形误差图可以看出，平移对准误差对于 C 面的影响相对于其余两个面较大。从各个面的面形误差图的均方根值定量分析，如表 3。分析表 3 可以得出，首先，当平移对准误差值增加时，对于 A、B、C 3 面的测量引入的误差值也在增加，其中 C 面的影响最大，其次是 B 面，影响最小的是 A 面。这对标定干涉仪标准平晶 A 面的面形误差非常有益；其次，y 轴平移对准误差值为 4 mm 时(平晶口径为 900 mm)，拟合的 A、B、C 面形数据和原面形像差的均方根值都在千分之一波长。当大于 4 mm，则精度较低。

表 3 对应于不同的对准误差值时 *A*、*B*、*C* 面面形误差的均方根值

Table 3 RMS of face *A*, *B* and *C* with different alignment errors

y 轴对准误差值/mm	均方根值(RMS)/λ		
	A	*B*	*C*
10	0.002 4	0.011 3	0.440 8
8	0.001 6	0.006 9	0.082 4
6	0.001 0	0.003 9	0.021 0
4	0.000 6	0.002 0	0.005 2
2	0.000 3	0.000 9	0.001 1

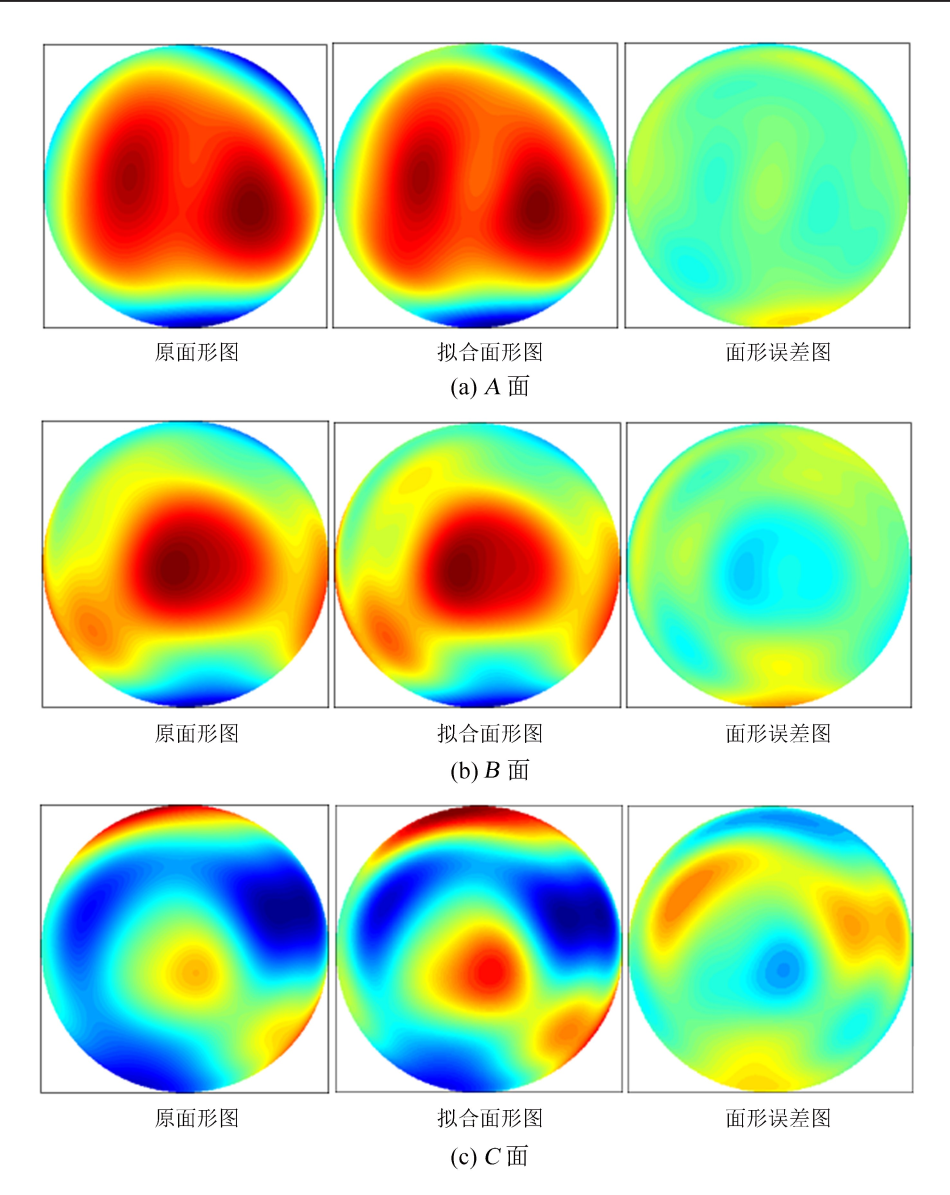


图 12　平移对准误差值为 4 mm 时，各面的面形情况

Fig. 12　Face image with a translation alignment error of 4mm

4　总　结

双平晶互检法理论所得的面形数据与原面形数据完全一致，由此验证了双平晶互检法在光学平面的绝对检验上完全正确可行。分析了在实验中，泽尼克多项式项数、旋转对准误差和平移对准误差对实验结果的影响，从而得出在实验结果要求的精度允许下的对准误差值大小。本文研究的方法主要为大口径平面光学元件高精度测量提供理论基础，并为研制超大口径平面干涉仪及其参考平晶误差标定问题提供技术积累。

参考文献：

[1]　刘晓梅. 光学平面的绝对检验 [D]. 南京：南京理工大学，2004：3-5.

[2]　Rayleigh. Interference bands and their applications [J]. Nature，1893，48：212-214.

[3]　Schulz G，Schwider J，Hiller C，et al. Establishing an optical flatness stardard [J]. Applied Optics，1971，10(4)：929-934.

[4] Fritz B S. Absolute calibration of an optical flat [J]. Optical Engineering, 1984, 23(4): 379-383.

[5] Ai C, Wyant J C. Absolute testing of flats by using even and odd functions [J]. Applied Optics, 1993, 32(25): 4698-4705.

[6] Freischlad K R. Absolute interferometric testing based on reconstruction of rotational shear [J]. Applied Optics, 2001, 40(10): 1637-1648.

[7] Xu Chen, Chen Lei, Yin Jiayi. Method for absolute flatness measurement of optical surfaces [J]. Applied Optics, 2009, 48(13): 2536-2541.

[8] 姚绘玲, 金振宇, 向永源. 大气色散对太阳多波段同步高分辨率图像重建的影响 [J]. 天文研究与技术, 2015, 12(2): 189-191.
Yao Huiling, Jin Zhenyu, Xiang Yongyuan. A study of influence of atmospheric dispersion on the multi-waveband synchronous high-resolution reconstruction applied to solar images [J]. Astronomical Research & Technology, 2015, 12(2): 189-191.

[9] 顾伯忠, 左恒. 云南天文台 1 m 红外望远镜的主镜热力学分析 [J]. 天文研究与技术——国家天文台台刊, 2008, 5(1): 83-85.
Gu Bozhong, Zuo Heng. The thermal analysis of the primary mirror of 1m infared solar telescope at Yunnan Observatory [J]. Astronomical Research & Technology——Publications of National Astronomical Observatories of China, 2008, 5(1): 83-85.

[10] Malacara D. Optical Shop Testing [M]. 3rd ed. Canada: John Wilrey & Sons, 2007: 498-543.

A Simulation of the Absolute Flatness Measurement Based on the Two Flats Test

Liu Qiang[1,2,3], Xu Chen[1,2], Li Xinnan[1,2]

(1. National Astronomical Observatories/Nanjing Institute of Astronomical Optics & Technology, Chinese Academy of Sciences, Nanjing 210042, China, Email: xnli@niaot.ac.cn; 2. Key Laboratory of Astronomical Optics & Technology, Nanjing Institute of Astronomical Optics & Technology, Chinese Academy of Sciences, Nanjing 210042, China; 3. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

Abstract: Large optical flat has been applied more and more extensively, but its accuracy is limited by the accuracy of the reference flat installed in an interferometer. To solve this problem, a Two Flats Test is used to get the absolute surface deviation distribution of the reference flat, which can eliminate the effect caused by the reference flat. During the calibration process, the Two Flats Test simply needs two flats—which serves as its most remarkable advantage—and it does not require changing the reference flat of the interferometer; moreover, it fits the absolute measurement of the large optical flat. By simulating the mathematical model of the Two Flats Test, we verify its validity and analyze the error. This research solves the bottleneck problem at present that the accuracy of the interference test is limited by the reference flat. At the same time, it provides technological support for calibrating surface deviation distribution of the reference flat of large flat interferometers in the future.

Key words: Optical measurement; Absolute test; Two flats test; Mathematical simulation